

2026 年普通高等学校招生全国统一考试

数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 样本数据 6, 8, 4, 5, 12 的中位数为 ()

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

2. 已知平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 不共线，且 $2\vec{a} + y\vec{b} = x\vec{a} - 3\vec{b}$ ，则 ()

- A. $x = 2$, $y = -3$ B. $x = -2$, $y = 3$ C. $x = 2$, $y = 3$ D. $x = -2$, $y = -3$

3. 已知集合 $A = \left\{ \sin \frac{7\pi}{6}, \cos \frac{5\pi}{3}, \tan \frac{5\pi}{4} \right\}$, $B = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 1 \right\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right\}$ B. $\left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, 1 \right\}$ C. $\left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$ D. $\left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 1 \right\}$

4. 曲线 $y = 5x + 8 \ln x$ 在点 (1, 5) 处的切线方程为 ()

- A. $y = 3x + 2$ B. $y = 5x$ C. $y = 8x - 3$ D. $y = 13x - 8$

5. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 2p_1x$ ($p_1 > 0$) 和 $C_2: x^2 = 2p_2y$ ($p_2 > 0$) 均经过点 (4, 8)，则 C_1 的焦点与 C_2 的焦点之间的距离为 ()

- A. 12 B. $4\sqrt{5}$ C. 6 D. $\frac{\sqrt{65}}{2}$

6. 已知函数 $f(x) = \frac{x+2}{e^x + a}$ 的最大值为 1，则 $a =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

7. 一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市，以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩. 该塔群共有 108 座塔，依山势自上而下排成 12 行，将第 i 行中塔的座数记为 $a_i (i=1, 2, \dots, 12)$ ，其中 $a_1=1$ ， $a_2=a_3=3$ ， $a_4=a_5=5$ ，且 $a_6, a_7, \dots, a_{12}$ 是一个首项为 7，公差为 2 的等差数列. 将 $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ 分为 6 组，每组 2 个数，使得每组的 2 个数之和可构成一个项数为 6 且公差为 $d (d > 0)$ 的等差数列，则 $d = (\quad)$

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

8. 设 $U = \{(x_1, x_2, x_3) | x_i \in \{-2, -1, 1, 2\}, i=1, 2, 3\}$ 为空间中 64 个点构成的集合. 点 $P(1, 1, 1)$ ，记样本空间 $\Omega = \mathcal{C}_U \{P\}$. 从 Ω 中随机取一个点，定义随机变量 X 如下：对 Ω 中的每个点 $A(x_1, x_2, x_3)$ ，令 $X(A) = x_1 + x_2 + x_3$ ，则 X 的数学期望值为 $(\quad)$

- A. $-\frac{1}{21}$ B. $-\frac{1}{63}$ C. 0 D. $\frac{1}{7}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 设 $z = 3 + 2i$ ，则 $(\quad)$

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$ B. $|z| = 5$ C. $z^2 = 5 + 12i$ D. $\frac{z+3}{z-i} \in \mathbf{R}$

10. 在空间中， A, B 为两个定点，动点 C 到直线 AB 的距离为 2，动点 D 到直线 AB 的距离为 1. 若二面角 $C-AB-D$ 为 60° ，则 $(\quad)$

- A. $\angle CAD \geq 60^\circ$ B. $CD \geq \sqrt{3}$
C. 当 $AB \perp CD$ 时， $CD \perp$ 平面 ABD D. 当 $AB \perp$ 平面 ACD 时， $AC \perp AD$

11. 已知圆 $C_1: (x+1)^2 + y^2 = 1$ ，圆 $C_2: (x-1)^2 + y^2 = 1$ ，圆 $C_3: x^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 1$ ，直线 $l: y = kx + b$ 与 C_1, C_2, C_3 均有两个交点. 记 l 被 C_1, C_2, C_3 截得的弦长分别为 s_1, s_2, s_3 ，则 $(\quad)$

- A. k 可以取任意实数 B. 满足 $s_1 = s_2 = s_3$ 的直线 l 共有 3 条
C. 满足 $s_1 + s_2 + s_3 = 3$ 的直线 l 多于 3 条 D. 当 $b = 0$ 时， $s_1 + s_2 + s_3$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

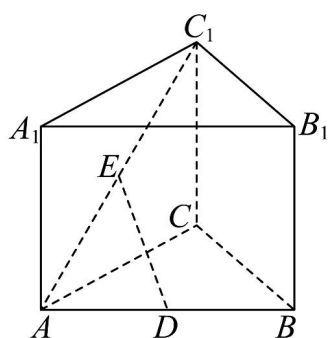
12. 双曲线 $5x^2 - 6y^2 = 1$ 的离心率为_____.

13. 已知 $f(x) = 2\sin(ax + \theta)$ ($a \in \mathbf{Z}$, $0 \leq \theta < 2\pi$) 是偶函数, $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增. 则 $\theta =$ _____, $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) =$ _____.

14. 设实数 q 满足: 存在数列 $\{a_n\}$, 使得对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{3n} = n^2 + n$, 且 $\{a_n\}$ 中有某连续 9 项 $a_k, a_{k+1}, \cdots, a_{k+8}$ 是公比为 q 的等比数列, 则 q 的最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D, E 分别为 AB, AC_1 的中点.



(1) 证明: $DE \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 设 $CC_1 = 2$, 直线 DE 与平面 ACC_1A_1 所成的角为 45° , 求直线 DE 到平面 BCC_1B_1 的距离.

16. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 设 D, E 两点满足: D 在 BA 的延长线上, $DE \parallel BC$, $AE \perp AC$. 若 $DE = \sqrt{6}$, 求 CE .

17. 设整数 $N \geq 2$. 某同学用一个球进行投篮练习, 至多投篮 N 次. 当且仅当投中 1 次时或 N 次均未投中时, 停止练习. 设该同学每次投中的概率为 p ($0 < p < 1$), 各次投中与否相互独立. 记 X 为停止练习时该同学的投篮次数.

(1) 当 $N = 4$, $p = \frac{1}{3}$ 时, 求 X 的分布列;

(2) 设 k, m 均为自然数.

(i) 当 $k \leq N - 1$ 时, 求 $P(X > k)$;

(ii) 当 $k + m \leq N - 1$ 时, 证明: $P(X > k + m | X > k) = P(X > m)$.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F(-1, 0)$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 过 F 且斜率大于 0 的动直线 l 与 C 交于 P, Q 两点, 其中 Q 在第三象限, 直线 PO 与 C 的另一个交点为 R .

(i) 若 $\triangle PQR$ 的面积是 $\triangle PFO$ 的面积 3 倍, 求 l 的方程;

(ii) 求 $\tan \angle PQR$ 的最小值.

19. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x$. 对任意 $x_0 \in \mathbf{R}$, 定义集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\}$.

(1) 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 1 - x$, 求 $D(-1)$;

(2) 若 $f(x)$ 是奇函数, $f(x_1) \leq f(x_2)$, 且 $x_1 x_2 \neq 0$, 证明: $D(x_2) \subseteq D(x_1)$;

(3) 设 $f(x)$ 满足: ①若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 $D(x_2) \subseteq D(x_1)$; ②当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < f(0)$.

(i) 证明: $f(0) \geq 1$;

(ii) 证明: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增.

2026 年普通高等学校招生全国统一考试

数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

【1 题答案】

【答案】B

【2 题答案】

【答案】A

【3 题答案】

【答案】C

【4 题答案】

【答案】D

【5 题答案】

【答案】D

【6 题答案】

【答案】B

【7 题答案】

【答案】B

【8 题答案】

【答案】A

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

【9 题答案】

【答案】ACD

【10 题答案】

【答案】BC

【11 题答案】

【答案】BCD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

【12 题答案】

【答案】

$$\frac{\sqrt{66}}{6}$$

【13 题答案】

【答案】 ①. $\frac{3\pi}{2}$ ②. 1

【14 题答案】

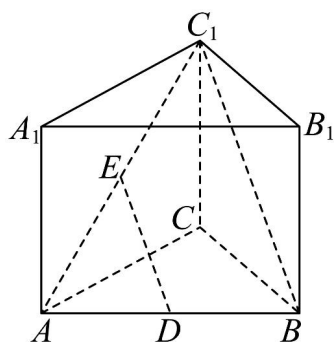
【答案】 $\frac{\sqrt[3]{12}}{2}$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

【15 题答案】

【答案】(1) 由题意证明如下：

如图，作出符合题意的图形，连接 BC_1 ，



在 $\triangle ABC_1$ 中， D ， E 分别为 AB ， AC_1 中点， $\therefore DE \parallel BC_1$ ，

$\because DE \not\subset$ 平面 BCC_1B_1 ， $BC_1 \subset$ 平面 BCC_1B_1 ，

$\therefore DE \parallel$ 平面 BCC_1B_1 .

(2) 距离为 1.

【16 题答案】

【答案】(1) $\frac{1}{3}$

(2) $3\sqrt{5}$

【17 题答案】

【答案】(1) X 的分布列如下图所示:

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$

(2) (i) $P(X > k) = (1-p)^k$;

(ii) 由题意及 (2) (i) 证明如下:

$$P(X > k+m | X > k) = \frac{P(X > k+m \cap X > k)}{P(X > k)} = \frac{P(X > k+m)}{P(X > k)} = \frac{(1-p)^{k+m}}{(1-p)^k}$$

$$= (1-p)^m = P(X > m)$$

$$\text{即 } P(X > k+m | X > k) = P(X > m).$$

【18 题答案】

【答案】(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(2) (i) $y = \frac{\sqrt{5}}{2}(x+1)$; (ii) $4\sqrt{3}$

【19 题答案】

【答案】(1) $D(-1) = \left(0, \frac{3}{2}\right)$

(2) 由题意证明如下:

在 $f(x)$ 中, $f(x)$ 是奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x \in (0, 1)$.

$\therefore f(0) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = -f(-x) = -2^{-x} \in (-1, 0)$,

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ -2^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

在集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\}$ 中,

$$\text{当 } x_0 < 0 \text{ 时, } D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\} = (0, -x_0),$$

$$\text{当 } x_0 = 0 \text{ 时, } D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\} = (-\infty, -x_0),$$

$$\text{当 } x_0 > 0 \text{ 时, } D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\} = (-\infty, -x_0] \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore D(x) = \begin{cases} (0, -x), & x < 0 \\ (-\infty, 0), & x = 0 \\ (-\infty, -x] \cup (0, +\infty), & x > 0 \end{cases},$$

$$\because x_1 x_2 \neq 0,$$

$$\therefore x_1 \neq 0 \text{ 且 } x_2 \neq 0, \text{ 即 } f(x_1) \neq 0, f(x_2) \neq 0,$$

$$\because f(x_1) \leq f(x_2),$$

$$\therefore \textcircled{1} \text{ 当 } f(x_1) \leq f(x_2) < 0 \text{ 时, 解得 } 0 < x_1 \leq x_2,$$

$$D(x_1) = (-\infty, -x_1] \cup (0, +\infty), D(x_2) = (-\infty, -x_2] \cup (0, +\infty),$$

$$\text{此时 } D(x_2) \subseteq D(x_1),$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } f(x_1) < 0 < f(x_2) \text{ 时, 解得 } x_2 < 0 < x_1,$$

$$D(x_1) = (-\infty, -x_1] \cup (0, +\infty), D(x_2) = (0, -x_2),$$

$$\text{此时 } D(x_2) \subseteq D(x_1),$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } 0 < f(x_1) \leq f(x_2) \text{ 时, 解得 } x_1 \leq x_2 < 0,$$

$$D(x_1) = (0, -x_1), D(x_2) = (0, -x_2),$$

$$\text{此时 } D(x_2) \subseteq D(x_1),$$

$$\text{综上, } D(x_2) \subseteq D(x_1).$$

(3) (i) 由题意证明如下,

法一:

若 $f(0) < 1$, 则存在 $t \in (-1, 0)$, 使得 $f(t) \geq f(0)$,

条件①: 若 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 $D(x_2) \subseteq D(x_1)$,

$\therefore f(0) \leq f(t)$, 则 $D(t) \subseteq D(0)$,

取 $d_0 = -\frac{t}{2}$, 则 $f(t+d_0) = f\left(\frac{t}{2}\right) > f(t)$, 此时 $d_0 \in D(t)$,

$\because d_0 = -\frac{t}{2} \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, 则 $f(d_0) < f(0)$, 即 $d_0 \notin D(0)$,

但 $d_0 \in D(t) \subseteq D(0) \Rightarrow d_0 \in D(0)$, 相矛盾,

$\therefore f(0) \geq 1$

法二:

假设 $f(0) < 1$, 则存在 $t \in (0, 2)$, 使得 $f(-t) = 2^{-t} \geq f(0)$,

从而 $d_1 = \frac{t}{2} \in (0, t) \subseteq D(-t) \subseteq D(0)$, 这导致 $f\left(\frac{t}{2}\right) > f(0)$,

但 $\frac{t}{2} \in (0, 1)$,

$\because$ 根据条件又有 $f\left(\frac{t}{2}\right) < f(0)$, 矛盾,

$\therefore$ 假设不成立, $f(0) \geq 1$.

(ii) 由题意, (2) 及 (3) (i) 证明如下,

在集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} \mid f(x_0 + d) > f(x_0)\}$ 中,

要证 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

即需证 $\forall x_0 > 0, d > 0$, 都有 $d \in D(x_0)$,

即需证 $\forall x_0 > 0, d > 0$, 都有 $f(x_0 + d) > f(x_0)$,

①先证明: 当 $x > 0$ 时, $f(x) \leq 0$,

假设 $\exists x_0 > 0$, 使得 $f(x_0) > 0$,

$\because$ 当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x$,

$\therefore \exists x_1 < 0$, 使得 $f(x_1) \leq f(x_0)$,

$\therefore D(x_0) \subseteq D(x_1)$,

而当 $x_1 < 0$ 时, $D(x_1) \subseteq [0, +\infty)$,

否则 $\exists d < 0$, 使得 $d \in D(x_1)$, $f(x_1 + d) > f(x_1)$, 与 $f(x_1 + d) \leq f(x_1)$ 矛盾,

$\therefore D(x_0) \subseteq [0, +\infty)$,

$\therefore -x_0 \notin D(x_0)$,

$\therefore f(0) = f(x_0 + (-x_0)) \leq f(x_0)$,

由 (3) (i) 得, $f(0) \geq 1$,

则 $f(x_0) \geq 1$,

由条件②: 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < f(0)$,

则 $x_0 \geq 1$,

否则 $x_0 < 1$ 时, $f(x_0) < f(0)$ 与 $f(0) \leq f(x_0)$ 矛盾,

$\therefore$ 若 $\exists x_0 > 0$, 使得 $f(x_0) > 0$, 则 $x_0 \geq 1$, $f(x_0) \geq 1$, (*)

$\therefore \exists x_2 < x_3 < 0$, 使得 $f(x_2) < f(x_3) < f(x_0)$,

则 $D(x_2) \supseteq D(x_3) \supseteq D(x_0)$,

令 $d = x_0 - x_3 > 1$, $f(x_3 + d) = f(x_0) > f(x_3)$,

此时 $d \in D(x_3)$, 则 $d \in D(x_2)$, 则 $f(x_2 + d) > f(x_2) > 0$,

$\therefore f(x_0 - (x_3 - x_2)) > 0$,

$\therefore x_3 - x_2 \in (0, +\infty)$,

$\therefore$ 易取 x_3 , x_2 满足 $x_0 - (x_3 - x_2) \in (0, 1)$, $\exists u \in (0, 1)$ 使得 $f(u) > 0$,

根据 (*) 可得, 此时 $u \geq 1$, 与 $u \in (0, 1)$ 矛盾,

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时, $f(x) \leq 0$,

②证明：对 $\forall x_0 > 0$ ， $d > 0$ ，都有 $d \in D(x_0)$ ，

$\because \forall x_0 > 0$ ， $x_4 < 0$ ，都有 $f(x_0) < 0 < f(x_4)$ ，

$\therefore D(x_0) \supseteq D(x_4)$ ，

对任意给定的 $d > 0$ ，取 $x_4 < -d$ ，则 $f(x_4 + d) > f(x_4) \Rightarrow d \in D(x_4) \subseteq D(x_0)$ ，

$\therefore$ 对 $\forall x_0 > 0$ ， $d > 0$ ，都有 $d \in D(x_0)$ ，

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.